

Геометрија 4 - Тест (06.04.2016)

Тест се попуњава тако што се у празне кућице (првих шест задатака) уписују реални бројеви. У последњем задатку за сваку од да-не питалица имате три опције: заокружите, прецртате или игноришете. Време за рад износи 90 минута.

1. 2 Сваки четвоространик има дијагоналних правих.

2. 2 Ако пројективна равна има 57 тачака, тада је свака тачка инцидентна са правих.

3. 2 Хомологија пројективне равни реда 4 фиксира укупно тачака.

4. 2 Ако важи $\mathcal{H}(AB; CD)$ онда је дворазмера $(ADBC) = \text{$.

5. 2 Дезаргова конфигурација има тачака, док Папосова конфигурација има тачака.

6. 6 У \mathbb{RP}^2 дате су тачке $A(1 : 2 : 3)$ и $B(3 : 1 : 0)$ својим хомогеним координатама. Спојница $p = A \vee B$ има хомогене координате $[\text{$: $-\text{$: $\text{$]. Ако је права q дата једначином $2x_1 = x_3$, онда сециште $C = p \wedge q$ има хомогене координате $(\text{$: $\text{$: $\text{$). Хомогене координате тачке D за коју је $\mathcal{H}(AB; CD)$ су $(\text{$: $\text{$: $\text{$). Решења нису јединствена, али до на сразмерност јесу...

7. 14) Заокружити редни број испред исказа који је тачан, прецртати редни број испред исказа који је нетачан. Погођено питање доноси поен, промашено одузима поен, ако игноришете онда ништа. Статистика (од 46 изашлих): тачних–нетачних

01. 39–2 У свакој Дезарговој равни важи Тврђење о перспективитету.

02. 24–3 Ако пројективна колинеација има осу онда она мора имати центар.

03. 43–1 У свакој Папосовој равни важи Обрнуто Дезаргово тврђење.

04. 42–2 У Фаноовој равни не важи Фаноова аксиома.

05. 21–7 Свака елација је пројективна колинеација.

Елација је перспективна колинеација, а свака перспективна је пројективна...

06. 17–16 Свака колинеација у \mathbb{RP}^2 је перспективна колинеација.

У \mathbb{RP}^2 свака колинеација је пројективна колинеација, али зашто би морала да буде перспективна? Не мора свака да има центар и осу. На пример, Основна теорема колинеације задаје једнозначну на четворотеменицима...

07. 23–7 У Молтоновој равни не важи Основно тврђење пројективитета.

Молтонова раван је не-Дезаргова раван, самим тим није Папосова, а Папосово тврђење је еквивалентно са Основним тврђењем пројективитета.

08. 30–7 Свака Дезаргова раван је коначна пројективна раван.

Зар није \mathbb{RP}^2 Дезаргова, а коначна свакако није?

09. 23–10 Ако колинеација има центар онда она мора имати осу.

Колинеација има центар ако и само ако има осу, радили смо теорему.

10. 41–0 У свакој Папосовој равни важи Принцип дуалности.

11. 26–9 У свакој аналитичкој пројективној равни важи Фаноова аксиома.

Одговор на питање 4. је промашило само 2, а овде 9? Фаноова раван је аналитичка пројективна раван над пољем \mathbb{Z}_2 , а тамо не важи Фаноова аксиома. Одговор је потврдан ако и само ако је поље карактеристике различите од 2, радили смо теорему.

12. 5–21 Свака неидентичка колинеација Фаноове равни је елација.

Фаноова раван има 168 различитих колинеација, од чега је 21 елација! Ако је у питању неидентичка перспективна колинеација, она свакако не може бити хомологија, те је елација, али произвољна колинеација може бити свашта. На пример нашу стандардну слику Фаноове равни заротирајте за трећину пуног угла, што очигледно јесте колинеација, а фиксира само централну тачку...

13. 29–5 Свака хомологија у \mathbb{CP}^2 је перспективна колинеација.

14. 30–2 Свака пројективна колинеација слика четири хармонијски конјуговане тачке у четири хармонијски конјуговане тачке.